

Instituto Politécnico de Setúbal



Escola Superior de Ciências Empresariais

Mensuração do Risco Baseado em Utilidade: o caso das empresas do PSI-20

André Filipe Estrela Ferreira

Dissertação apresentada para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de

MESTRE EM CONTABILIDADE E FINANÇAS

Orientadora: Professora Doutora Maria Teresa Alves

Setúbal, 2013

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família por todo o apoio dado todos estes anos, nomeadamente aos meus pais por serem fonte de inspiração e por me motivarem a alcançar sempre mais. Todo o apoio dado ao longo do meu percurso académico foi fundamental para que eu conseguisse concluir com sucesso o Ensino Superior.

Dedico também à minha esposa, pois a sua paciência comigo nos momentos de maior *stress* e apoio total foram cruciais para que eu ganhasse a motivação necessária para completar o Mestrado em Contabilidade e Finanças.

Este trabalho é dedicado também a todas as amizades feitas, não só no Mestrado em Contabilidade e Finanças, mas em todo o percurso académico e fora dele. Os bons amigos sempre estiveram lá para dar o necessário apoio nos períodos mais complicados, sem eles teria sido impossível chegar até aqui.

Finalmente, dedico este trabalho ao corpo docente do Mestrado em Contabilidade e Finanças da Escola Superior de Ciências Empresariais por todo o aconselhamento e ajuda dada durante estes dois anos, e em particular à Professora Teresa Alves por toda a orientação e motivação dadas no decorrer deste último ano de Mestrado.

Agradecimentos

O presente trabalho só foi possível graças ao apoio e colaboração de várias pessoas, às quais gostaria de deixar o meu sincero agradecimento:

- Aos meus pais por todo o apoio dado durante estes 28 anos e por sempre me terem motivado a atingir metas mais altas na vida, sem eles não seria quem sou hoje.
- À minha esposa Nídia pelo apoio incondicional durante estes dois anos de Mestrado, sem o qual certamente não teria conseguido chegar aqui.
- À minha orientadora de Mestrado, a Professora Doutora Teresa Alves, pelo constante apoio e motivação dados para que completasse com sucesso este projecto.
- A todos os docentes e não docentes da Escola Superior de Ciências Empresariais do Instituto Politécnico de Setúbal.
- Aos meus colegas da 5ª edição do Mestrado em Contabilidade e Finanças por toda a entajuda demonstrada nos momentos mais difíceis.
- A todos os meus amigos que estiveram comigo nos momentos bons e menos bons e me ajudaram a atingir os meus objectivos.

Índice Geral

| | |
|--|----|
| Resumo..... | 7 |
| Abstract..... | 8 |
| Introdução..... | 9 |
| Capítulo I – Revisão de Literatura | 10 |
| 1.1. Teorias económicas de análise da decisão..... | 11 |
| 1.1.1. Modelo do Portfolio | 11 |
| 1.1.2. Teoria do Prospecto..... | 13 |
| 1.1.3. Teoria da Utilidade | 15 |
| 1.2. Estudos Anteriores | 19 |
| Capítulo II – Metodologia | 24 |
| Capítulo III – Análise aos Resultados Obtidos | 30 |
| 3.1. Desvio-Utilidade como Medida de Volatilidade..... | 30 |
| 3.2. Desvio-Utilidade como Instrumento de Alerta | 32 |
| Conclusão..... | 33 |
| Referências Bibliográficas..... | 36 |
| Anexo I | 39 |

Índice de Quadros

| | |
|---|----|
| Tabela 1: Nível de risco de acordo com o GAF..... | 26 |
| Tabela 2: Resultados do Desvio -Utilidade para o primeiro teste..... | 30 |
| Tabela 3: Resultados de Desvio-Padrão e Desvio-Utilidade para o segundo teste | 32 |

Índice de Gráficos

| | |
|--|----|
| Gráfico 1: Evolução das Cotações de Fecho do Índice PSI-20 | 28 |
|--|----|

Resumo

A visão tradicional de mensuração de risco apresentada por Markowitz propõe que esta se baseie na variância dos retornos em torno dos retornos médios para o período em estudo. Contudo este modelo apresenta algumas limitações, nomeadamente a não diferenciação entre variações positivas e negativas. O trabalho desenvolvido por Leone *et al.* (2007) propõe uma nova abordagem incorporando a função de utilidade como forma de se ter em consideração o factor racional em que a decepção com as perdas tem maior impacto emocional que a satisfação com os ganhos. Esta nova metodologia já provou ser um instrumento mais eficaz na análise de risco e prevenção de desastre que a metodologia tradicional proposta por Markowitz. Assim, o objectivo do presente estudo é aplicar o modelo de mensuração do risco baseado em utilidade proposto por Leone *et al.* (2007), a empresas que integram o índice PSI-20. A semelhança de resultados obtidos pelo método do Desvio-Padrão e pelo método do Desvio-Utilidade dá alguma confiança de que o último modelo consegue medir os níveis de risco tão bem quanto as metodologias tradicionais. Contudo a não obtenção de resultados exclusivos através do Desvio-Utilidade não permite concluir sobre a sua aplicabilidade enquanto ferramenta única de mensuração de risco.

Palavras-chave: mensuração de risco; função utilidade; Desvio-Utilidade.

Abstract

The traditional risk measurement model presented by Markowitz suggests that risk measurement should be focused on the variance of returns around the average return for the time period in analysis. However, this model shows some limitations especially when it comes to not making a difference between positive and negative variations. The study developed by Leone et al. (2007) suggests a new approach to risk measurement taking into account an utility function as a method to incorporate the rational factor inherent to investors where the disappointment with the loss has a greater emotional impact than the satisfaction with gains. This new methodology has proven itself as a more effective risk analysis and financial disaster alert tool than the traditional methodology presented by Markowitz. Therefore, the main goal of this study is to apply the risk measurement model presented by Leone et al. (2007) to companies present in the Portuguese Stock Index 20. The similarity of results between the standard deviation and the utility-deviation methods gives some confidence that the later model can measure risk levels as well as the traditional methodologies. However, the lack of results that can be considered exclusive to the utility-deviation method prevents from using it as a tool of risk measurement by itself.

Key-words: risk measurement; utility function; utility-deviation.

Introdução

De há várias décadas a esta parte que se verifica uma crescente preocupação em compreender de que forma o risco se comporta de forma a se tornar possível antecipar, e até prevenir, momentos de colapso financeiro como o vivido actualmente.

Neste sentido, Markowitz foi o grande pioneiro no estudo da mensuração do risco apresentando um modelo bastante completo baseado no estudo da variância dos retornos dos investimentos. Contudo, e com o evoluir das finanças modernas e o desenvolvimento do estudo das mesmas, têm sido identificadas novas componentes que desempenham um papel importante na quantificação do risco, nomeadamente a postura do investidor face ao mesmo. Esta nova componente, não contemplada no modelo de Markowitz, já provou ser crucial na determinação do risco, pois o investidor é um ser racional o que leva a que pondere os possíveis ganhos e perdas que irá ter com o seu investimento.

Face à actual conjuntura de crise financeira internacional surgiu a necessidade de melhor se compreender quais os factores que influenciam o risco e de que forma o fazem. Os modelos ditos tradicionais de mensuração de risco provaram-se ineficazes na prevenção e alerta para situações de crise, sendo por isso necessário desenvolver novos modelos capazes de o fazer.

Leone *et al.* (2007) apresentam um novo modelo designado Desvio-Utilidade que tem em consideração não só os factores determinantes do risco apresentados pelas teorias tradicionais, mas também o comportamento do investidor. De facto, o modelo proposto distancia-se de outros modelos por incluir uma componente que reflecte o comportamento comum ao investidor tradicional de que “a decepção com a perda é mais sentida que a satisfação com o ganho” (Leone *et al.*, 2007:24).

No presente trabalho, a questão de investigação é: “Conseguirá o modelo Desvio-Utilidade servir como uma ferramenta eficaz na mensuração do risco no caso das empresas que integram o índice português PSI-20?”. Assim, o objectivo geral do trabalho é verificar se, no caso das empresas incluídas no PSI-20, o modelo Desvio-Utilidade proposto por Leone *et al.* (2007), é uma ferramenta eficaz na mensuração do risco. A análise terá como base os resultados obtidos por meio de dois testes distintos, um primeiro onde se verifica a capacidade do modelo enquanto medida da volatilidade dos investimentos, e um outro onde se verifica a aplicabilidade do modelo enquanto instrumento de alerta para momentos de queda financeira.

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma: no capítulo I é feita a revisão de literatura, identificando-se os estudos sobre o tema em análise e a evolução da linha de pensamento sobre o mesmo. No capítulo II é apresentada a metodologia usada no desenvolvimento do estudo, neste caso foi seguido o método de investigação adoptado por Leone *et al.* (2007). No capítulo III são revelados os resultados experimentais do estudo. Por fim, são apresentadas algumas conclusões, bem como limitações do estudo e, ainda, algumas linhas de investigação futuras possíveis.

Capítulo I – Revisão de Literatura

A crise financeira mundial que atravessamos actualmente veio revelar o quão frágil é o sistema financeiro global e o quão rapidamente este pode entrar em colapso. Apesar de todos os danos verificados em várias economias mundiais há que ver o aspecto positivo da crise, pois fez com que se desse uma maior importância em se promover a estabilidade financeira através de uma melhor regulação e supervisão das instituições financeiras (Arnold *et al.*, 2012). Contudo, continuam a existir áreas ainda fora do controle dos agentes financeiros e que necessitam de um constante e mais aprofundado estudo, como é o caso do risco. O risco esteve sempre presente no mundo dos investimentos pois é, de forma simplista, a incerteza em não se saber o que irá acontecer ao investimento realizado. Este pode desenvolver-se como esperado, superar as expectativas ou revelar-se uma decepção.

Deste modo consegue-se perceber facilmente a importância de compreender de que forma o risco é influenciado pelos vários componentes do mundo financeiro. A medição do risco e a compreensão da forma como este é afectado acaba por ser um trabalho pouco desenvolvido devido à sua complexidade de análise, sendo a gestão do risco uma área muito mais desenvolvida (Duarte, 1996 e Jorion, 2000, citados por Leone *et al.*, 2007:25). Ao longo das últimas seis décadas tem-se verificado um constante desenvolvimento do estudo do risco tendo sido apresentadas várias teorias que tentam explicar correctamente o seu comportamento, até agora sem sucesso.

1.1. Teorias económicas de análise da decisão

Existem várias teorias económicas focadas no auxílio à tomada de decisão do investidor, sendo que destacamos o Modelo do Portfolio, a Teoria do Prospecto e a Teoria da Utilidade nas secções seguintes.

1.1.1. Modelo do Portfolio

O Modelo do Portfolio apresentado por Harry Markowitz (1952), o grande impulsionador da análise financeira moderna, veio ter um enorme impacto no mundo financeiro ao apresentar uma forma do investidor maximizar a rendibilidade do seu investimento com base na diversificação do mesmo.

Existem algumas premissas por detrás do conceito do modelo de Markowitz, nomeadamente a de que o investidor é avesso ao risco, ou seja, perante dois investimentos com o mesmo retorno esperado o investidor irá optar pelo que tem menor risco. De modo semelhante, ao optar por um investimento de maior risco o investidor esperará um retorno mais elevado para compensar esse aumento do risco. Este conceito da relação directa entre o aumento do risco e o aumento do retorno torna-se então a peça central do Modelo do Portfolio aquando da tomada de decisão de investimento, na medida em que o investidor irá escolher a opção que apresente uma melhor relação risco/retorno esperado. No Modelo do Portfolio o retorno esperado é obtido através dos retornos de todos os componentes do *portfolio*, e o risco é calculado através da variância desses mesmos retornos (Abad e Iyengar, 2012):

- O retorno esperado de um *portfolio* é igual à média dos retornos esperados de cada componente do portfolio ponderada pelo peso de cada um desses componentes.
- O risco do *portfolio* de investimento é o desvio-padrão dos retornos esperados dos componentes do portfolio.

O modelo proposto por Markowitz apresenta, assim, uma forma de potenciar os retornos esperados ao mesmo tempo que se reduz o risco subjacente ao investimento (Elton e Gruber, 1997). A ideia de se diversificar a carteira de investimentos como forma de aumentar a rendibilidade já se provou eficaz repetidas vezes, e foi um contributo de elevada importância para a acreditação da teoria. No entanto, e apesar de muitas das ideias apresentadas por Markowitz no Modelo do Portfolio se terem comprovado verdadeiras, foram várias as críticas feitas a esta teoria nomeadamente pelos defensores das teorias comportamentais modernas. Algumas das limitações apontadas ao modelo de Markowitz prendem-se com as suposições por detrás de toda a linha de pensamento, suposições necessárias para que a teoria se comprove como verdadeira, das quais se destacam:

- A variância dos retornos é usada como medida de risco. Ao utilizar a variância como medida de risco o Modelo atribui o mesmo nível de risco a variações negativas e

positivas, iguais em absoluto, quando na realidade o comportamento do investidor é diferente face a activos com o mesmo risco mas retornos esperados diferentes.

- Os retornos esperados apresentam uma distribuição normal. Na realidade verifica-se que “variações de 3 a 6 vezes o desvio-padrão ocorrem mais frequentemente do que a assunção da distribuição normal seria capaz de prever” (Mandelbrot e Hudson, 2004).
- Os investidores têm o mesmo acesso a toda a informação ao mesmo tempo. Stiglitz e Weiss (1981, Myers e Majuf (1984) e Diamond (1991), citados por Tang, 2006:2) afirmam que a assimetria de informação é uma das principais explicações para a ineficiência de resultados económicos de decisões de investimento. Pode-se assim constatar que, contrariamente à premissa do modelo de Markowitz, existe realmente assimetria de informação no mundo financeiro e tem impacto directo nos resultados esperados.
- O nível de risco é sabido de antemão e mantém-se constante ao longo do período de investimento. O nível de risco de um investimento é calculado, segundo a Modelo do Portfolio, através dos retornos esperados, logo verifica-se a inexistência de uma certeza em relação ao crescimento financeiro do investimento. Esta incerteza associada ao comportamento dos retornos torna impossível afirmar que um nível de risco esperado se manterá constante durante todo o período do investimento.
- Os investidores são sempre racionais e avessos ao risco. Este é um dos principais pontos de contradição entre as teorias clássicas baseadas no modelo de Markowitz e as teorias mais recentes associadas às finanças comportamentais, pois verifica-se frequentemente que os investidores não tomam decisões racionais, expondo-se a níveis elevados de risco sem que os retornos esperados acompanhem esse aumento do risco.

Um dos trabalhos mais recentes que contestam as ideias do Modelo do Portfolio é o de Norton (2009) que comprovou, por meio de um estudo empírico, que “o modelo de Markowitz não funcionará em retornos mensais ou trimestrais, sendo por isso necessário usar retornos lineares no modelo linear de Markowitz” (Norton, 2009).

A Teoria do Portfolio de Markowitz foi um dos elementos mais importantes para a análise do risco e, apesar das críticas que lhe foram apresentadas, o modelo continua a subsistir até aos dias de hoje. Na verdade, e passadas seis décadas desde a sua apresentação, a teoria de Markowitz continua a gerar discórdia no mundo financeiro, sendo que existe quem a apoie e considere como “a melhor metodologia de investimento que existe” (Pfleiderer, 2012), ao mesmo tempo que outros contestam a teoria por não apresentar uma explicação para a ocorrência do risco (Hubbard, 2009).

1.1.2. Teoria do Prospecto

Um dos grandes problemas apresentados ao Modelo do Portfolio de Markowitz (1952) prende-se com as divergências entre o comportamento sugerido pelo modelo e o comportamento real do investidor. O modelo matemático de Markowitz assenta num princípio lógico onde se pretende maximizar os retornos ao mesmo tempo que se reduz o nível de risco a que o investidor está sujeito, no entanto esta racionalidade nem sempre se verifica.

A análise comportamental dos agentes financeiros teve a sua origem nos trabalhos desenvolvidos na década de 1970 por Kahneman e Tversky. Os autores tornaram-se os principais fomentadores do estudo comportamental no mundo financeiro ao apresentarem um trabalho onde são explicadas três etapas de pensamento levadas a cabo pelo investidor aquando da tomada de decisão, sendo elas (Kahneman e Tversky, 1974, citados por Sewell, 2007:2):

- Representatividade – Quando se pretende analisar a probabilidade de um acontecimento A pertencer a um processo B, essa probabilidade é avaliada pelo grau em que A é representativo de B.
- Disponibilidade – Quando se pretende estudar a probabilidade de ocorrência de um acontecimento, as pessoas fazem-no através da facilidade com que as situações em que ocorreu esse acontecimento vêm à cabeça.
- Ancoragem e Ajustamento – Quando existe um dado inicial concreto (a âncora) as pessoas tendem a prever resultado final através da aplicação de ajustes a essa âncora.

Kahneman e Tversky (1974) propõem, assim, que apesar de poder ser feito um cálculo matemático lógico que ajude a tomada de decisão, existe sempre uma componente comportamental baseada na experiência de vida do investidor que desempenha um papel importante nessa mesma tomada de decisão. Os investigadores prosseguem o seu estudo e apresentam em 1979 um dos mais importantes trabalhos na área financeira onde são contestadas as teorias tradicionais, tal como a Teoria da Utilidade, e é apresentada uma nova teoria com vista a responder a algumas questões não respondidas pela teoria tradicional, a Teoria do Prospecto (Kahneman e Tversky, 1979). A nova vertente de pensamento proposta por Kahneman e Tversky (1979) propunha que “a decisão efectiva dos indivíduos muitas vezes não é consistente com a decisão esperada pelo modelo teórico” (Kimura *et al.*, 2006, p. 42). Ou seja, que o investidor às vezes decide não apostar na opção com a melhor relação retorno/risco como proposto pela teoria tradicional. Através do estudo empírico os investigadores conseguiram observar que alguns indivíduos, aquando da tomada de decisão, dão menor peso a resultados prováveis e maior peso a resultados tidos como certos. Os resultados obtidos por Kahneman e Tversky (1979) vão de encontro aos obtidos por Mao (1970) e por Laughhunn e Crum (1980) que concluem que “oscilações negativas são mais influentes que oscilações positivas e por isso devem assumir uma maior ponderação” (Mao, 1970, e Laughhunn e Crum, 1980, citados por Leone *et al.*, 2007, p. 24). As conclusões dos três investigadores assumem, mais tarde, um papel preponderante no trabalho de Kahneman e Tversky (1991) onde é apresentado

um modelo de mensuração de risco que combina a Teoria do Prospecto e a percepção da perda do investidor. O trabalho desenvolvido por Kahneman e Tversky (1991) serve como base para a classificação do perfil do investidor até aos dias de hoje, sendo considerado como “agressivo” o investidor que prefira apostar em um maior risco com a perspectiva de alcançar maiores retornos, e como “conservador” o investidor que opte por obter menores retornos mas que também não se sujeita a um risco tão elevado.

O modelo proposto por Kahneman e Tversky (1979) rapidamente captou o interesse de diversos investigadores, nomeadamente de Thaler (1980) que apresenta um estudo onde critica fortemente a Teoria da Utilidade e onde reconhece o valor da Teoria do Prospecto, no entanto sugere que esta última seja usada como base para uma nova teoria alternativa. O estudo dos fenómenos comportamentais do investidor ganha uma maior dimensão e notoriedade quando Thaler e de Bondt (1985) apresentam a base das Finanças Comportamentais e sugerem que os indivíduos reagem em excesso a novos e inesperados eventos bolsistas.

No início da década de 1990, Kahneman e Tversky apresentam um novo trabalho onde modificam o seu conceito original da Teoria do Prospecto para criar a Teoria Cumulativa do Prospecto (Kahneman e Tversky, 1992). A nova teoria proposta pelos investigadores surge como uma adaptação da sua teoria original onde é dado um peso diferente a possíveis resultados diferentes. O trabalho dos investigadores focou-se em três ideias base que deram origem a esta adaptação da Teoria do Prospecto, sendo elas:

- As pessoas têm diferentes atitudes em relação a diferentes níveis de risco, ou seja, a sua decisão de investimento é influenciada pelo nível de risco das opções disponíveis.
- Existe aversão à perda, o que terá impacto na tomada de decisão pois terá de existir um ganho significativo para poder compensar a hipótese de perda do capital investido.
- Verifica-se a existência da tendência para se dar maior relevância a acontecimentos extraordinários, por exemplo um súbito ganho elevado, em detrimento de acontecimentos comuns.

O novo modelo proposto por Kahneman e Tversky (1992) aparenta ser mais um importante passo em direcção à compreensão do comportamento do investidor, e dos factores que o influenciam. De facto, os resultados de diversos estudos relativos às teorias do Prospecto, da Utilidade ou do Portfolio, aparentam indicar que todas estas teorias financeiras apresentam pontos relevantes para a compreensão do mundo financeiro. Assim sendo, será de considerar que a solução para este problema poderá passar pela criação de uma nova teoria que combine e evolua alguns pontos das teorias actuais, como forma de criar um modelo mais abrangente e verosímil.

1.1.3. Teoria da Utilidade

Uma das mais importantes teorias existentes para a análise financeira da tomada de decisão é a Teoria da Utilidade. Esta teoria pode ser rastreada até ao século XIX ao trabalho do filósofo inglês Jeremy Bentham (1748-1832). Bentham (1789, citado por Read, 2004) apresentou o conceito de Utilitarismo que consistia na teoria de que as pessoas queriam ter as coisas que lhes iriam maximizar a sua “utilidade”, onde utilidade positiva é vista como algo que trará prazer, e utilidade negativa é algo que trará dor (Read, 2004). As ideias de Bentham em relação à utilidade possuíam um carácter mais etéreo, focando-se principalmente nas noções do que seria prazer e alegria, ou dor e tristeza, para o indivíduo. Contudo são estas as bases que levaram ao desenvolvimento da Utilidade enquanto teoria financeira, na medida em que esta se centra na existência de uma relação de preferências de opções aquando da tomada de decisão. De forma simplista, a Teoria da Utilidade focaliza-se na preferência dada a diversas opções na tomada de decisão, de modo a que:

- Se o individuo prefere o acontecimento A em detrimento do acontecimento B, não pode preferir B em relação a A.
- Se existe preferência de A em relação a B e de B em relação a C, não pode preferir o acontecimento C em detrimento do acontecimento A.

Esta relação de preferência das opções pode ser entendida como o “quanto vale” a ocorrência do acontecimento A para o investidor, ou seja, quanto estaria o investidor disposto a pagar para que A se concretize.

A Teoria da Utilidade aplicada ao estudo financeiro procura, tal como o Modelo do Portfolio de Markowitz, apresentar uma forma de ajudar o investidor a tomar uma correcta decisão de investimento. Contudo, há que realçar a importante inovação que a Teoria da Utilidade trouxe para esta área de estudo: a inclusão de uma componente que relaciona a tomada de decisão – sempre com vista para a obtenção de maiores ganhos – com o comportamento do investidor. Apesar da Teoria da Utilidade, tal como a Teoria do Prospecto, considerar o comportamento do investidor, as duas teorias são bastante distintas na forma como tratam este componente. De acordo com a Teoria da Utilidade, o investidor procurará a opção que lhe proporcione uma maior satisfação e prazer. Por seu lado a Teoria do Prospecto compreende que nem sempre é tomada a decisão racional, ou seja, nem sempre o investidor toma a decisão que será teoricamente mais favorável e lógica. Imagine-se um exemplo de um investimento de €1.000,00 que pode ser aplicado numa de duas opções (adaptado do Paradoxo de Allais, citado em <http://www.socialchoiceandbeyond.com>):

- A opção A tem uma probabilidade de 10% em ganhar €50.000,00 e uma probabilidade de 90% em se perder os €1.000,00 do investimento inicial.
- A opção B tem uma probabilidade de 70% em ganhar €5.000,00, uma probabilidade de 25% em se recuperar o investimento original sem ganhos ou perdas, e uma probabilidade de 5% em se perder todo o montante investido.

Se compreendermos o conceito de “prazer” para o investidor como a obtenção de ganhos, as nossas escolhas de investimento seriam:

- De acordo com a Teoria da Utilidade escolher-se-ia a opção B, pois é aquela que nos permitirá alcançar mais facilmente, leia-se com menor risco, aquilo o que nos dá prazer que é o lucro.
- A Teoria do Prospecto sugere que, podendo a maioria dos investidores optar pela opção B pela segurança que transmite, alguns investidores avessos ao risco optariam pela opção A, pois esta apresenta uma hipótese de obtenção de ganhos muito superiores.

A escolha do investimento, de acordo com as duas teorias, é profundamente influenciada pela opinião do investidor e não somente pela lógica propriamente dita, como sugerido pelo Modelo do Portfolio. Verificam-se aqui divergências e convergências entre a Teoria da Utilidade e as teorias do Prospecto e do Portfolio, sendo que na realidade a Utilidade aparenta ser o elo de ligação das três teorias. Ao dar ênfase ao raciocínio lógico aquando da tomada de decisão, ou seja ao se considerar a relação entre risco e retorno esperado, a Teoria da Utilidade aproxima-se da teoria de Markowitz; e ao considerar que, apesar de que a decisão deve ser ponderada, a preferência pessoal do investidor também desempenha um papel crucial na decisão, a teoria aproxima-se da Teoria do Prospecto.

À semelhança das outras teorias, a Teoria da Utilidade não é consensual entre os estudiosos financeiros e são-lhe apontadas algumas lacunas importantes. Um dos principais pontos de contestação à Teoria da Utilidade prende-se com a aversão à perda, mais concretamente ao valor atribuído a algo quando passa a ser nosso, o efeito de dotação. Kahneman, Knetsch e Thaler (1990) realizaram experiências simples que consistiam em vender pequenos objectos de pouco valor aos participantes da experiência, e depois propor-se a comprá-los de volta. Os resultados demonstraram que os participantes, em grande parte das ocasiões, apenas aceitavam vender de volta o objecto caso recebessem um valor superior ao pago originalmente (Kahneman *et al.*, 1990). Esta noção de que o valor de um bem aparenta ser maior quando é visto como algo que se pode perder que quando é algo que pode adquirir não é consensual, mas a existência de resultados empíricos vem abalar as fundações da Teoria da Utilidade que propõe que tal diferença não se verifique.

Outra área pela qual a Teoria da Utilidade é fortemente contestada, nomeadamente por Rabin (2000), é a relação do investidor com a aversão ao risco. Através de estudos empíricos o autor demonstrou que, frequentemente, as pessoas rejeitam apostas onde a probabilidade de perder \$100 é a mesma de ganhar \$110 (Rabin, 2000). Estas implicações podem ser replicadas usando funções utilidade CARA¹, obtendo-se: $\frac{1}{2}[1 - e^{-\alpha(W_0-100)}] + \frac{1}{2}[1 - e^{-\alpha(W_0+110)}] < 1 - e^{-\alpha W_0} \Leftrightarrow e^{100\alpha} + e^{-110\alpha} > 2$. O autor desenvolve o estudo propondo uma hipótese de 50:50 para uma perda de \$1.000 e um ganho G, e um $\alpha=0,001$, o que, de acordo com o modelo revela que um indivíduo irá sempre rejeitar a hipótese, independentemente de quão grande for o valor a ganhar. Rabin (2000), enquanto opositor da Teoria da Utilidade, sugere assim que os seus resultados experimentais são

¹ CARA – constant absolute risk aversion.

representações do comportamento real do investidor face ao risco que a teoria não consegue explicar.

Ellsberg (1961) foi dos primeiros investigadores a apresentar o problema da aversão à ambiguidade no contexto da Teoria da Utilidade, naquilo que mais tarde se viria a chamar Paradoxo de Ellsberg. O investigador desenvolveu um estudo comportamental simples baseado nos seguintes parâmetros:

- A urna X tem 50 bolas vermelhas e 50 bolas verdes.
- A urna Y tem 100 bolas, não se sabendo quantas são vermelhas e quantas são verdes.

É colocada a escolha entre duas opções:

- A. É retirada uma bola da urna X, se for vermelha recebe \$10, se for verde não recebe nada.
- B. É retirada uma bola da urna Y, se for vermelha recebe \$10, se for verde não recebe nada.

O estudo revelou que a maioria dos inquiridos preferiam a opção A (Ellsberg, 1961). Foram então apresentadas novas opções:

- C. É retirada uma bola da urna X, se for verde recebe \$10, se for vermelha não recebe nada.
- D. É retirada uma bola da urna Y, se for verde recebe \$10, se for vermelha não recebe nada.

Mais uma vez constatou-se que a opção mais escolhida foi a primeira, ou seja a opção C (Ellsberg, 1961). Considerando que as hipóteses A e C são contraditórias, por outras palavras, para acontecer A não pode acontecer C e vice-versa, as observações contradizem o esperado pelas teorias tradicionais. De acordo com o modelo tradicional sustentado pela Teoria da Utilidade, seria possível estabelecer um modelo algébrico de probabilidades de sair uma bola vermelha na urna Y. No entanto, o Paradoxo de Ellsberg sugere que tal aproximação estatística não é válida, pois as pessoas têm tendência a rejeitar o aumento do risco derivado do aumento da incerteza associada à urna Y.

Apesar de toda a contestação verificada, a Teoria da Utilidade continua a ser vista como um modelo realista capaz de explicar o comportamento financeiro, sendo que são vários os autores que associam a teoria a diversas áreas do mundo empresarial como a Economia (Montoro *et al.*, 1998 e Heilbroner, 1978) ou as Finanças (Duarte, 1997). Mais, um dos argumentos utilizados pelos defensores da Teoria da Utilidade para refutar as críticas apresentadas nos testes laboratoriais prende-se precisamente com o facto dos testes se realizarem em ambientes controlados, bastante diferentes da realidade financeira. Esta é uma hipótese refutada por Rabin e Thaler (2001) que consideram a Teoria da Utilidade como “simplesmente errada e frequentemente enganadora” e que

“eventualmente os economistas terão de perceber que a ‘plumagem’ não deve ser considerada²” (Rabin e Thaler, 2001, p. 230).

Contudo, e contrariamente às ideias de Rabin e Thaler, a Teoria da Utilidade quando combinada com a Teoria do Prospecto, tem-se provado deveras importante para o estudo das Finanças Comportamentais (Sewell, 2007). O estudo desenvolvido por Leone *et al.* (2007) é mais um exemplo de que a combinação das duas teorias pode efectivamente ajudar a compreender melhor os factores influenciadores do risco e comportamento financeiros. Os autores decidiram testar e adaptar um novo modelo baseado no trabalho de Leone (2004), onde o investigador apresenta um modelo que tenta combinar a Teoria da Utilidade, presente através da aplicação de uma função utilidade, e a Teoria do Prospecto, presente através da inclusão da consideração dos diferentes pesos que têm um ganho e uma perda de igual dimensão. Neste trabalho Leone (2004) consegue provar que a inclusão de uma componente que analise de forma diferente a decepção com a perda e a satisfação com o ganho cria um modelo de mensuração de risco mais adequado e realista.

² Rabin e Thaler (2001) comparam a Teoria da Utilidade a um papagaio de uma rábula de “*Monty Python’s Flying Circus*”. Segundo os autores, a teoria deve ser rejeitada como hipótese viável para a explicação do comportamento aquando da tomada de decisão.

1.2. Estudos Anteriores

Existem alguns estudos anteriores sobre o tema em análise, entre os quais se destaca Klotzle *et al.*, (2012); e Macedo *et al.*, (2012); Leone *et al.*, (2007); Tsanakas e Desli (2003); Levy, M. e Levy, H. (2001); Abdellaoui, M. (2000); entre outros.

Klotzle *et al.* (2012) apresentam um estudo baseado na Teoria do Prospecto, onde desenvolvem um modelo de medida do desempenho que incorpora a aversão à perda e as distorções probabilísticas na escolha de alternativas. A combinação destes componentes tem o propósito de tentar captar correctamente as especificidades de cada investidor, algo não considerado pela maioria das metodologias utilizadas actualmente (Klotzle *et al.*, 2012). O modelo proposto por Klotzle *et al.* (2012) continua a ideia base subjacente a outros modelos, como o Índice de Sharpe ou a Medida Omega (respectivamente: Sharpe, 1966, e Shadwick e Keating, 2002, citados por Klotzle *et al.*, 2012), de que as medidas de desempenho ordenam os investimentos através do cálculo de uma pontuação para cada activo “usando a sua distribuição de probabilidade de retornos” sendo que “o melhor activo é aquele com melhor pontuação” (Zakamouline, 2011, citado por Klotzle *et al.*, 2012:396). A medida apresentada pelos autores tem como base alguns estudos anteriores (Darsinos e Satchell, 2004, Gemmill *et al.*, 2006, e de Giorgi e Hens, 2009, citados por Klotzle *et al.*, 2012) e começa com a definição de Erro da Meta: $EM = RA - M$ em que RA representa o real resultado alcançado e M representa o ponto de referência. Apesar de algo simplista, a equação representa a realidade dos retornos na tomada de decisão, pois um valor de EM positivo significa que os retornos do investimento foram superiores à referência esperada, ao passo que um valor de EM negativo significa que os resultados ficaram aquém das expectativas. Os autores desenvolvem a fórmula anterior de forma a determinarem os resultados esperados (RE) e, consequentemente, a Medida de Desempenho Comportamental de acordo com Klotzle *et al.* (2012: 408 e 409) “ $MDC = \frac{RE^+}{RE^-}$, ou desenvolvendo a distribuição da função peso $MDC = \frac{\int_M^{+\infty} (p)E[(EM^+)]^\alpha d\pi^+(p)}{\int_{-\infty}^M -(p)\lambda E[(EM^-)]^\beta d\pi^-(p)}$, em que $\pi^+(p)$ e $\pi^-(p)$ representam respectivamente a função peso na área de ganhos e perdas; $E[(EM^+)]^\alpha$ e $E[(EM^-)]^\beta$ são as expectativas de estar acima, ou abaixo, da meta, parametrizados respectivamente com os coeficientes de aversão/propensão ao risco na área de ganhos e perdas; e λ é o coeficiente de aversão à perda”. Há que salientar a inclusão do factor λ que permite que se consiga um modelo geral mas adaptável às especificidades de cada individuo quanto à sua aversão à perda.

O estudo teórico partiu dos mesmos pressupostos utilizados por Kahneman e Tversky (1992) e revelou que a ordenação dos activos quanto à distribuição de probabilidade de retornos varia consoante a medida de desempenho utilizada. Apesar das diferenças verificadas, os autores consideram este modelo fidedigno para a mensuração de desempenho pois consegue “captar claramente a distorção das probabilidades e a aversão à perda do tomador de decisão” (Klotzle *et al.*, 2012, p. 412), pois o modelo demonstra que activos com piores retornos em relação ao esperado

foram os que apresentaram piores resultados. Os resultados positivos obtidos com o modelo permitem concluir que a criação de modelos de medida de desempenho deve ser capaz de considerar as preferências de cada investidor.

Macedo *et al.* (2012) apresentam um estudo na área da tomada de decisão centrado na Teoria da Racionalidade Limitada (Simon, 1955). O conceito subjacente à Teoria da Racionalidade Limitada e, conseqüentemente, ao estudo desenvolvido por Macedo *et al.* (2012) é o que os tomadores de decisão perdem, regularmente, informações importantes para o processo de tomada de decisão, fazendo com que a decisão final nem sempre recaia sobre a melhor alternativa, mas sim pela primeira que satisfaça as expectativas do tomador de decisão (Simon, 1957, citado por Macedo *et al.*, 2012).

Para a realização do estudo escolheram uma amostra de 73 alunos de pós-graduação *latu sensu* em Ciências Contábeis, pois assim os investigadores puderam pressupor, sem evidência empírica, que os inquiridos trabalhavam na área da Contabilidade. Sendo este um estudo focado nas alterações ao marco regulatório da Contabilidade do Brasil, e a forma como o decisor compreende a informação disponível, é de compreender a razão por detrás da selecção de uma amostra, presumivelmente, trabalhadora na área contabilística. Os resultados obtidos permitiram concluir que a forma como a informação é apresentada faz com que as escolhas tomadas possam ser diferentes, contrariando o princípio da invariância de que “se duas opções são iguais não haveria diferença de preferência pelas mesmas no caso de mudanças na forma de apresentação” (Macedo *et al.*, 2012, p. 12). Os investigadores concluem, ainda, que as respostas obtidas se coadunam com a Teoria do Prospecto, na medida em que se verifica uma clara aversão ao risco quando as questões são colocadas sob a forma de ganhos, e uma maior propensão ao risco quando apresentadas sob a forma de perda. Este estudo veio apoiar as conclusões de trabalhos anteriores como Bin e Castor (2007), Marinho da Silva *et al.* (2009), Macedo e Fontes (2009), ou Lima Filho *et al.* (2010), no que diz respeito tanto à existência de racionalidade limitada na tomada de decisão, à existência de aversão ao risco em situações de ganhos e propensão ao mesmo em situações de perda, e ainda à existência de um impacto das heurísticas de julgamento na tomada de decisão (Macedo *et al.*, 2012).

Leone *et al.* (2007) apresentam um modelo de mensuração de risco baseado na combinação de uma função utilidade e um elemento representativo da forma como o investidor sente mais uma perda que um ganho. Os autores propõem que este modelo seja considerado como uma alternativa viável aos modelos tradicionais, na medida em que os resultados obtidos através de ambas as técnicas são semelhantes. Contudo, fazem a salvaguarda que o modelo proposto não deve ser utilizado como uma ferramenta solitária na análise do risco, deve sim ser utilizado em combinação com outros métodos como forma de se obter um estudo mais completo e verosímil. Verificam que, podendo este ser mais um passo na direcção de se compreender o risco afecto aos investimentos financeiros, ainda existe um longo percurso a percorrer, devendo-se continuar a desenvolver as teorias actuais em busca de um modelo capaz de responder inequivocamente a todas as questões colocadas.

Tsanakas e Desli (2003) apresentam um modelo de mensuração de risco adaptado da Teoria da Utilidade, com vista a responder a algumas lacunas apresentadas a outros modelos. Neste trabalho, os autores identificam formas de medição de risco consideradas como “coerentes” e apresentam duas formas de as definir: a primeira será através da definição de propriedades que essas medidas devem satisfazer, realizando-se provas matemáticas para determinar as suas representações funcionais; a segunda consiste em utilizar argumentos económicos de indiferença para determinar as suas representações funcionais (Tsanakas e Desli, 2003). O modelo proposto combina então estas duas abordagens, pois consegue explicar as assunções económicas por detrás da escolha da medida de risco utilizada, bem como consegue demonstrar as consequências da tomada de decisão com base nessa medida de risco.

Baseados em estudos anteriores (Föllmer e Schied, 2002; Dhaene *et al.*, 2003), os autores identificam as fragilidades das medidas de risco coerentes como a Teoria da Escolha Dupla (Yaari, 1987) ou a utilidade esperada. O modelo de mensuração de risco proposto por Tsanakas e Desli (2003) combina estas duas medidas de risco e pretende dar uma melhor caracterização das preferências de cada indivíduo, os autores denominam este modelo como Princípio da Distorção-Exponencial de retornos (Tsanakas e Desli, 2003). Testam, ainda, o Princípio da Distorção-Exponencial quanto à sensibilidade em relação à dimensão do portfolio e quanto à agregação de risco. No primeiro teste os investigadores concluem que o seu modelo permite obter “homogeneidade positiva para portfolios de pequena dimensão, um incremento adicional e proporcional para portfolios de todas as dimensões, e um incremento não-linear para portfolios de grandes dimensões que apresentam um maior risco de liquidez” (Tsanakas e Desli, 2003, p. 27). De notar que a principal crítica apresentada à homogeneidade positiva é que esta não tem em consideração o risco de liquidez, no entanto os autores contra-argumentam dizendo que o risco de liquidez pode ser ignorado para portfolios de pequenas dimensões (Tsanakas e Desli, 2003). Verifica-se assim a adequabilidade do modelo independentemente da dimensão da carteira de investimentos do agente financeiro, pois consegue providenciar uma resposta eficaz qualquer que seja a referida dimensão. O segundo teste realizado comprova, novamente, a adequabilidade do modelo, desta vez quanto à sua sensibilidade para a agregação do risco. O modelo apresentado situa-se, relativamente à agregação de risco, entre o princípio de distorção e o princípio exponencial do retorno, sendo que o primeiro é insensível ao risco e o segundo é altamente sensível ao risco. Estas conclusões indicam que o modelo proposto é mais ponderado que as duas alternativas mencionadas, obtendo-se assim resultados mais satisfatórios na análise ao risco. Os resultados positivos obtidos nos testes realizados indicam que a combinação de medidas de risco com teorias económicas é uma abordagem eficaz para a criação de modelos de análise de risco. O desenvolvimento desta técnica pode levar ao desenvolvimento de técnicas apresentem resultados consistentes e viáveis que, por sua vez, nos aproximam da compreensão total do risco.

O estudo experimental desenvolvido por Levy, M. e Levy, H. (2001) contesta algumas das ideias estabelecidas no mundo financeiro relativamente a funções utilidade não avessas ao risco, baseando-se em estudos anteriores desenvolvidos por Friedman e Savage (1948), Markowitz (1952)

e Kahneman e Tversky (1979 e 1992). Os autores contestam as três principais críticas apontadas às funções utilidade não avessas ao risco (adaptado de Levy, M. e Levy, H., 2001, p. 234):

- O comportamento observado que parece apoiar a utilidade não avessa ao risco é observado, tipicamente, em situações que envolvem probabilidades extremas. O comportamento perante estas situações pode ser o resultado de um exercício mental face a probabilidades extremas, e não um resultado de propensão ao risco.
- Muitas das experiências desenvolvidas que apoiam a propensão ao risco envolvem a comparação de investimentos com retornos certos com investimentos com retornos incertos. Os resultados obtidos nestes testes podem ficar-se a dever ao efeito criado pela existência de certeza em comparação com resultados incertos (leia-se, a garantia de se ganhar X contra a probabilidade de se ganhar X).
- A maioria dos testes desenvolvidos baseia-se em opções com resultados puramente positivos, ou puramente negativos, ao passo que na realidade se verifica que o investimento pode ter resultados positivos e negativos (von Neuman e Morgenstern, 1953, citados por Levy, M. e Levy, H., 2001).

Como forma de responder a estas questões, os investigadores desenvolveram o seu estudo com base em dados mais realistas, pondo de parte o modelo de apenas dois resultados esperados em que um é negativo e o outro é positivo. O estudo abandona o conceito de *framing* presente neste tipo de opções, bem como a comparação entre opções com resultados certos e incertos, focando-se no uso de critérios de Dominância Estocástica aplicados a investimentos com resultados incertos. Estas premissas fazem com que não seja provável que a distorção subjectiva da probabilidade tenha um impacto significativo no resultado do estudo, ao mesmo tempo que garantem a inexistência do efeito da certeza. Os resultados experimentais obtidos por Levy, M. e Levy, H. (2001) demonstram que mais de metade dos elementos da amostra não são avessos ao risco em toda a extensão da riqueza. Como tal, os investigadores sugerem que instituições económicas mais básicas, bem como vários dos modelos económicos e financeiros utilizados actualmente, deveriam ser reavaliados.

Abdellaoui (2000) apresenta um método para deduzir funções utilidade e pesos de decisão, de acordo com a Teoria da Utilidade Esperada dependente de *rankings*. O modelo proposto distingue-se de outros modelos existentes por ser livre de parâmetros, ou seja, torna-se capaz de extrair a função-preferência do indivíduo sem impor qualquer tipo de restrição prévia.

O modelo foi desenvolvido a partir dos desenvolvimentos da Teoria do Prospecto propostos pela Utilidade Esperada dependente de *rankings* (Quiggin, 1982, e Wakker, 1994, citados por Abdellaoui, 2000) e pela Teoria Cumulativa do Prospecto (Kahneman e Tversky, 1992, citados por Abdellaoui, 2000). Estas novas vertentes da Teoria do Prospecto têm como características principais a transformação de resultados esperados em utilidade, e a transformação de probabilidade não cumulativas em ponderações de decisão, através do uso de funções de ponderação das probabilidades (Abdellaoui, 2000). O autor identifica limitações em trabalhos anteriores nesta temática, nomeadamente ao nível da estimação paramétrica, contudo o seu modelo evita esta

problemática através da não inclusão de assunções paramétricas. O modelo apresentado por Abdellaoui é então composto por duas etapas (de acordo com Abdellaoui, 2000):

- A primeira etapa consiste na construção de uma sequência de resultados possíveis, espaçados de forma igual através do método *trade-off* proposto por Wakker e Deneffe (1996), pois este é um método avesso à distorção probabilística.
- A segunda etapa do modelo apresentado consiste em utilizar a sequência de resultados obtida na primeira etapa para obter uma nova sequência de probabilidades espaçadas de forma igual em termos da sua ponderação.

Este método é assim utilizado pelo autor num estudo experimental, como forma de se analisarem as formas das funções utilidade e funções de ponderação probabilística para ganhos e perdas (Abdellaoui, 2000).

Os resultados obtidos parecem confirmar a perspectiva da Psicologia de que, devido ao princípio de sensibilidade diminuída, as funções utilidade são côncavas para os ganhos e convexas para as perdas. O estudo revela ainda que as funções de probabilidades ponderadas para ganhos e para perdas são distintas, o que vem confirmar os resultados de estudos anteriores (Cohen *et al.*, 1987, Currim e Sarin, 1989, e Abdellaoui, 1995, citados por Abdellaoui, 2000), o que significa que os indivíduos tendem a considerar as probabilidades de forma diferente quando os ganhos são transformados em perdas em situações de decisão sob risco. O autor considera que os resultados empíricos obtidos têm impacto profundo no estudo da Utilidade Esperada, mais concretamente da Utilidade Esperada dependente de *rankings*. Tal facto deve-se à incorporação de duas funções de ponderação no modelo da Teoria Cumulativa do Prospecto o que aparenta ser mais adequado para considerar a diferença de tratamento das probabilidades quando se passa de uma situação de ganho para perda, ou vice-versa (Abdellaoui, 2000).

Capítulo II – Metodologia

Na realização deste trabalho optou-se por desenvolver um estudo de caso que, de acordo com Gil (2010: 37), consiste no “estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objectos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”. O índice bolsista português foi o objecto de estudo e procurou-se replicar o trabalho desenvolvido por Leone *et al.* (2007).

Assim, foi necessário, primeiramente, definir a amostra a analisar e o período de análise. No estudo de Leone *et al.* (2007) a amostra centrou-se nos retornos mensais das empresas incluídas no índice bolsista brasileiro IBOVESPA durante o período compreendido entre Janeiro de 1996 e Março de 2004, um total de 86 meses. Dada a indisponibilidade de obtenção de dados para o mesmo período do trabalho brasileiro, definiu-se um período de estudo compreendido entre Fevereiro de 2000 e Dezembro de 2012, num total de 147 meses. Outra diferença em relação à investigação original prende-se com o número de empresas em estudo, pois se no caso do IBOVESPA foram analisadas 20 empresas do universo de mais de 100 que compõem o índice brasileiro, no caso português foi necessário considerar todas as 20 empresas do índice PSI-20. Contudo, e de forma a evitar a análise de uma população total ao invés de uma amostra, das 20 empresas cotadas na bolsa portuguesa a 29 de Setembro de 2012, apenas foram consideradas para o estudo as 12 empresas cujos dados para o período de Fevereiro de 2000 a Dezembro de 2012 estavam disponíveis. Após a aplicação dos critérios mencionados a composição da amostra foi a seguinte:

- Banco Comercial Português (BCP)
- Banco Espírito Santo (BES)
- Banco Português de Investimento (BES)
- Cofina
- Energias de Portugal (EDP)
- Jerónimo Martins
- Portucel
- Portugal Telecom (PT)
- Semapa
- SONAE Indústria
- SONAE SGPS
- ZON

Definida a amostra foi necessário proceder ao levantamento dos dados, para tal recorreu-se ao *website* BolsaPT³, onde se encontram todas as informações relativas a cotações diárias de abertura e fecho das acções das diversas empresas cotadas na bolsa de valores nacional. Após o levantamento dos dados houve um tratamento dos mesmos para que estes pudessem ser trabalhados dado que não haviam sido fornecidos num formato compatível com as folhas Excel.

³ www.bolsa.pt – acesso a 20 de Julho de 2013.

Finalmente, com todos os dados tratados para as 12 empresas no período entre Fevereiro de 2000 e Dezembro de 2012, foi possível proceder à replicação do estudo de forma a testar a aplicabilidade do modelo proposto por Leone *et al.* (2007), com base na Teoria da Utilidade, como ferramenta de alerta para o aumento do risco.

Dado o carácter técnico do estudo, seguiu-se a mesma metodologia dos investigadores brasileiros, definindo cada etapa do processo antes de se passar para a seguinte. Assim, as definições seguintes e respectivo desenvolvimento estão de acordo com Leone *et al.* (2007: 26 a 28), adaptado de Leone (2004: 31 a 41).

Definição 1: “O Desvio-Padrão amostral (σ) de referência é um Desvio-Padrão representativo do mercado em que está inserida a amostra.”

Neste caso o Desvio-Padrão amostral será o desvio padrão das oscilações do índice PSI-20 tal que $\sigma=51330,697\%$.

Definição 2: “Uma amostra A é dita Amostra Referencial Válida se:

- i. $\bar{X} + 6\sigma > 0$
- ii. $P(Y) \geq 90\%$, em que $Y = \{X_i \in A; X_i + 6\sigma > 0, \text{ para } i=1, \dots, n\}$

em que n é o número de observações da amostra; X_i é a observação; \bar{X} é a média; σ é o Desvio-Padrão amostral de referência e $P(Y)$ é a probabilidade associada ao conjunto Y.”

No caso em estudo verifica-se que $P(Y) = 100\%$, ou seja a condição $X_i + 6\sigma > 0$ é verdadeira para todas as observações. Calculando a média das observações da amostra obtém-se $\bar{X} = 4,1300$. Cumpridos os requisitos da Definição 2 é possível definir a Amostra Referencial Válida A como o conjunto de todas as observações registadas para as 12 empresas no período em análise.

Definição 3: “A Função Utilidade definida em A é dada por $\rho \ln\left(\frac{X+6\sigma}{\bar{X}+6\sigma}\right)$, em que X é uma observação; \bar{X} é a média da amostra referencial válida; σ é o Desvio-Padrão amostral e ρ é um parâmetro positivo que depende do perfil do investidor quanto ao risco.”

Bittencourt Jr. (2011) apresenta uma identificação do perfil do investidor quanto ao risco de vários produtos financeiros com base em diversos indicadores, nomeadamente o património líquido do fundo ou valor de cotação. No entanto, para definir o valor do parâmetro ρ recorreu-se ao Grau de Alavanca Financeira⁴ de cada uma das empresas. Considerou-se que um GAF superior a 1 significaria que o investidor teria um perfil de risco do tipo agressivo, atribuindo assim um ρ igual a 1,5; com um GAF inferior a 1 o perfil do investidor foi considerado conservador sendo assim representado por um ρ de 0,5; quando

⁴ Dados recolhidos no [website finbolsa.com](http://www.finbolsa.com) a 17 de Agosto de 2013. Os dados obtidos são projecções dos valores esperados para o ano de 2012.

o GAF era igual a 1, considerou-se que o investidor teria um perfil de risco moderado e o valor do parâmetro ρ era de 1. Obteve-se assim a tabela 1:

Tabela 1: Nível de risco de acordo com o GAF

| | GAF | Nível Risco | ρ |
|-------------------------|------------|--------------------|--------------------------|
| BCP | 0,7270 | Conservador | 0,5 |
| BES | 11,5120 | Agressivo | 1,5 |
| BPI | 4,6560 | Agressivo | 1,5 |
| Cofina | 1,7810 | Agressivo | 1,5 |
| EDP | 1,1960 | Agressivo | 1,5 |
| Jerónimo Martins | 1,0580 | Agressivo | 1,5 |
| Portucel | 1,0540 | Agressivo | 1,5 |
| PT | 1,2300 | Agressivo | 1,5 |
| Semapa | 1,1680 | Agressivo | 1,5 |
| SONAE SGPS | - 1,8010 | Conservador | 0,5 |
| SONAE Indústria | 0,0300 | Conservador | 0,5 |
| ZON | 2,7030 | Agressivo | 1,5 |

Fonte: <http://finbolsa.com/>

Definição 4: “A Distância-Utilidade para $x, y \in A$ é o número real dado por:

$$d(x, y) = \begin{cases} d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}), & \text{para } x \leq y \leq \bar{X} \text{ ou } \bar{X} \leq y \leq x \\ d(y, \bar{X}) - d(x, \bar{X}), & \text{para } y \leq x \leq \bar{X} \text{ ou } \bar{X} \leq x \leq y \text{ em que} \\ d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}), & \text{para } x \leq \bar{X} \leq y \text{ ou } y \leq \bar{X} \leq x \end{cases}$$

$$d(x, \bar{X}) = (x - \bar{X})^2 [U(x)]^2 \quad \forall x \in A \text{ e } \rho > 0$$

Lima (1993) apresenta quatro propriedades da distância a que a função Distância-Utilidade deve satisfazer:

- $d(x, x) = 0$
- Se $x \neq y$, então $d(x, y) > 0$
- $d(x, y) = d(y, x)$
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

Todas as quatro propriedades foram testadas (Anexo 1) de forma a assegurar que o modelo se encontra bem delineado, de acordo com Leone (2004: 34 a 38).

Definição 5: “A Variância-Utilidade (VAR_U) é o número real dado por:

$$VAR_U = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n d(X_i, \bar{X})$$

em que n é o número de observações para as quais a Função Utilidade $U(X)$ está bem definida, ou seja, as observações onde o logaritmo existe.”

No caso do presente estudo verificou-se que todas as observações eram válidas, dando um total de 1.776 observações da amostra.

O valor da Variância-Utilidade calculada foi de $VAR_U = 0,213\%$.

Definição 6: Por último definiu-se o Desvio-Utilidade (DU) como a “raiz quadrada da Variância-Utilidade”, obtendo-se $DU = 4,612\%$.

Após o tratamento dos dados e a elaboração dos devidos testes e cálculos de forma a encontrar o valor do Desvio-Utilidade, procedeu-se aos testes do modelo enquanto medida de volatilidade e ferramenta de alerta para momentos de colapso financeiro.

O primeiro teste, Desvio-Utilidade como medida de volatilidade, consiste em analisar o valor da variável para três activos com diferentes níveis de risco, sendo eles: um activo de risco elevado como é o caso do BES; um activo de risco reduzido como a SONAE SGPS; e o próprio índice PSI-20. Das empresas analisadas escolheu-se uma empresa do sector bancário pois este sector está, sem dúvida, sujeito aos riscos sistemático e não sistemático, na medida em que a sua rentabilidade depende não só de factores como a volatilidade do mercado, mas também de factores inerentes ao próprio sector de actividade. O estudo recaiu sobre o BES pois foi esta a entidade bancária analisada com o maior Desvio-Padrão. A ZON foi escolhida pois é a entidade possuidora do maior valor de Desvio-Padrão da amostra, indicando um nível de risco elevado. Por último, optou-se por analisar o índice PSI-20 pois tal como o índice IBOVESPA, apesar de ter um nível de risco agressivo “por ter uma carteira diversificada conta apenas com o chamado risco sistemático” (Leone *et al.*, 2007:28).

O segundo teste realizado focou-se no Desvio-Utilidade como instrumento de alerta para a proximidade de momentos de crise financeira e teve como base de estudo os retornos mensais das 12 empresas presentes no índice PSI-20 mencionadas anteriormente. Recolheram-se os retornos mensais do índice PSI-20 durante o período de Fevereiro de 2000 a Dezembro de 2012, e identificaram-se os períodos onde se verificaram as maiores quedas com recurso ao gráfico 1:

Gráfico 1: Evolução das Cotações de Fecho do Índice PSI-20



Fonte: www.bolsapt.com

Verificou-se a existência de três momentos de quebra nos retornos do PSI-20 no intervalo analisado: entre Março de 2000 e Outubro de 2002; entre Julho de 2007 e Março de 2009; e entre Janeiro de 2010 e Junho de 2012.

- **Período 1** (Março de 2000 a Outubro 2002) – A forte expansão das empresas tecnológicas verificada nos anos 90 teve o seu colapso no início do ano de 2000 com o rebentamento da bolha especulativa. As fortes quebras financeiras verificadas no índice NASDAQ tiveram repercussões um pouco por todo o mundo, nomeadamente em Portugal, por ser fortemente sujeito a variações financeiras verificadas nos grandes mercados. Outro factor que contribuiu significativamente para as quebras financeiras no período foi os atentados a 11 de Setembro de 2001, que tiveram consequências terríveis ao nível da aviação global, nomeadamente ao nível das quebras de passageiros e receitas (IATA, 2011).
- **Período 2** (Julho de 2007 a Março de 2009) – No segundo semestre de 2007 Portugal presidiu ao Conselho da União Europeia o que, tal como aconteceu em 1992, teve severas consequências financeiras nacionais. Durante este período verificou-se também o colapso do mercado imobiliário *sub-prime* americano que teve consequências ao nível global.
- **Período 3** (Janeiro de 2010 a Junho de 2012) – Neste período, e como tentativa de combater a crise financeira instalada, foram apresentados três Planos de Estabilidade e Crescimento (PEC's) com severas consequências económicas para o país.

Consequentemente, e derivado da falha na obtenção de resultados positivos significativos dos três PEC's, o Governo viu-se obrigado a aceitar um compromisso com o Fundo Monetário Internacional (FMI), Banco Central Europeu (BCE) e Comissão Europeia (CE), a *troika*, levando a um agravamento das condições socioeconómicas nacionais como o aumento do desemprego⁵.

⁵ Fonte: economics.sapo.pt/ em 16 de Outubro de 2013

Capítulo III – Análise aos Resultados Obtidos

No presente trabalho procurou-se replicar o estudo realizado por Leone *et al.* (2007) mas enquadrado na realidade da bolsa de valores portuguesa, através do seu índice representativo, o PSI-20. Para tal realizaram-se dois estudos separados: um primeiro onde se testou o Desvio-Utilidade como medida de volatilidade, e um segundo onde se testou o Desvio-Utilidade como instrumento de alerta. Com o primeiro teste pretendeu-se verificar se o modelo Desvio-Utilidade apresenta a mesma classificação de risco que o modelo tradicional baseado no Desvio-Padrão e assim comprovar a sua aplicabilidade enquanto medida de volatilidade viável. O segundo teste tornou-se um pouco mais complexo na medida em que analisa o comportamento das empresas cotadas no período que antecede os momentos de queda financeira. Deste modo procurou-se verificar se o comportamento do Desvio-Utilidade evidenciava de alguma forma a quebra financeira que se aproximava.

3.1. Desvio-Utilidade como Medida de Volatilidade

Após a recolha e tratamento dos dados relativos aos retornos mensais do Banco Espírito Santo, da ZON e do índice PSI-20, procedeu-se ao cálculo do Desvio-Padrão e do Desvio-Utilidade de acordo com as definições apresentadas anteriormente. Deste modo obteve-se, para o período entre Fevereiro de 2000 e Dezembro de 2012 os seguintes resultados (tabela 2):

Tabela 2: Resultados do Desvio -Utilidade para o primeiro teste

| | BES | ZON | PSI-20 |
|-------------------------|--------|---------|--------|
| Desvio-Utilidade | 2,395% | 15,646% | 4,612% |

Fonte: Adaptado de Leone *et al.* (2007)

Pode-se verificar que o modelo Desvio-Utilidade apresenta resultados em linha com o esperado pela metodologia tradicional, na medida em que a ZON continua a possuir um maior nível de risco que o banco BES, contudo há que realçar o facto de este valor se encontrar abaixo do verificado para o índice PSI-20.

- **Banco Espírito Santo** – Quando comparado com o valor obtido para a ZON Multimédia, verifica-se que o risco inerente é substancialmente menor. Tal facto pode ficar-se a dever à implementação de medidas de controlo do sector bancário, tomadas a nível nacional e internacional, como resposta à actual crise financeira mundial.
- **ZON** – Tal como verificado pelo estudo do Desvio-Padrão, a ZON é a empresa que possui o maior risco de entre as 12 analisadas. O sector das comunicações será um sector relativamente seguro e estável, no entanto o mercado nacional é composto por dois grandes grupos, a ZON e a Portugal Telecom (PT). A PT já está presente no mercado há várias

décadas, garantindo uma elevada quota de mercado nos diversos sectores das comunicações e estando constantemente a obter lucro para os seus accionistas. Deste modo é fácil perceber a razão de um nível de **risco tao reduzido** (DU = 0,300%). Por seu lado a ZON apenas compete no mercado da televisão, encontrando-se muito mais limitada em termos de quota de mercado e área de acção operacional. Um outro factor crucial para o **elevado risco** verificado prende-se com o próprio valor das cotações da empresa que se valorizam relativamente alto quando comparadas com as outras empresas do estudo.

- **PSI-20** – Apesar de anteriormente se ter referido que se pode considerar o índice PSI-20 como tendo um risco elevado, o Desvio-Utilidade apresenta um valor bastante reduzido. Por detrás do valor de DU verificado podem estar dois factores principais: a natureza diversificada do *portfolio* do índice contendo empresas de vários sectores de actividade; e a própria forma como é composto o índice, ou seja, o facto de ter apenas 20 empresas escolhidas com base no valor negociado em bolsa⁶. Este número algo reduzido de empresas pode explicar uma Variância-Utilidade reduzida no valor total dos retornos do índice, pois poderão ter um impacto significativo nos mesmos e, consequentemente, causar um menor valor de Desvio-Utilidade.

⁶ Critério principal de selecção. A partir de Março de 2014 as regras de selecção de empresas para o índice serão diferentes e este poderá passar a ser composto por apenas 18 empresas (*fonte: www.jornaldenegocios.pt em 18 de Setembro de 2013*).

3.2. Desvio-Utilidade como Instrumento de Alerta

O segundo teste realizado teve como objectivo analisar a capacidade do modelo Desvio-Utilidade enquanto instrumento de alerta para a proximidade de períodos de quebra financeira. Para tal identificaram-se os momentos de maior quebra financeira na bolsa portuguesa e estudaram-se os valores de Desvio-Padrão e Desvio-Utilidade nos meses que antecederam o início da queda. Replicando a metodologia utilizada por Leone *et al.* (2007) analisou-se o comportamento do Desvio-Padrão e do Desvio-Utilidade no intervalo de seis meses iniciado cinco meses antes do início da queda até ao final do primeiro mês após o referido início de queda. De notar que o primeiro momento identificado de quebra financeira ocorreu em Março de 2000 e o estudo apresenta dados a partir de Fevereiro do mesmo ano, o que torna impossível a análise de cinco meses antecedentes à queda. Daí que o estudo decorra sobre o intervalo entre Fevereiro e Abril do ano de 2000.

Os resultados obtidos para os períodos identificados foram os seguintes (tabela 3):

Tabela 3: Resultados de Desvio-Padrão e Desvio-Utilidade para o segundo teste

| | Desvio-Padrão | Desvio-Utilidade |
|---|----------------------|-------------------------|
| Período 1 (Março 2000 a Outubro 2002) | 1199,415% | 29,477% |
| Período 2 (Julho 2007 a Março 2009) | 447,732% | 2,296% |
| Período 3 (Janeiro 2010 a Junho 2012) | 243,910% | 0,324% |

Fonte: Adaptado de Leone *et al.* (2007)

Verificou-se que os valores obtidos para o Desvio-Padrão e para o Desvio-Utilidade nos períodos são bastante díspares. No entanto, constatou-se alguma equivalência entre os dois modelos, pois o Período 1 é o que apresenta um maior nível de risco em ambas as metodologias, ao passo que o Período 3 é o que apresenta um menor nível de risco. Estes dados são corroborados pelo próprio nível da queda observada: no primeiro período a bolsa de valores lisboeta verificou uma queda na cotação de -65%; no segundo período a bolsa teve uma variação de -56%; e no terceiro período a queda foi menos acentuada na ordem dos -48%⁷. Foi então, possível constatar que o valor do indicador Desvio-Utilidade varia de acordo com o nível de queda financeira, contudo o mesmo acontece com o Desvio-Padrão para a amostra estudada.

Os resultados obtidos nos dois testes parecem comprovar a tese de que o modelo Desvio-Utilidade é uma ferramenta útil no alerta financeiro e como medida de volatilidade dos mercados. No entanto, os resultados obtidos com este modelo não podem ser considerados conclusivos, na medida em que apenas reforçam os resultados obtidos com o modelo tradicional de Markowitz.

⁷ Cálculos com base nas cotações de fecho do índice PSI-20 nos meses de início e fim dos três períodos de queda identificados. Dados obtidos no site www.bolsa.pt a 20 de Julho de 2013.

Conclusão

O objectivo da presente dissertação foi testar a aplicabilidade do modelo Desvio-Utilidade enquanto ferramenta de medida da volatilidade financeira e de alerta para possíveis momentos de crise financeira. Este novo método de cálculo de risco diverge do modelo tradicional apresentado por Markowitz (1952) na medida em que tem em consideração a componente racional do investidor e a sua abordagem face ao risco. Com este modelo pretendia-se obter uma noção mais realista da evolução do risco e da forma como este é influenciado por factores comportamentais.

Partindo do modelo proposto por Leone *et al.* (2007) foi replicado o estudo desenvolvido pelos autores, com base nas empresas incluídas no índice da bolsa brasileira IBOVESPA, para as empresas incluídas no índice da bolsa portuguesa PSI-20, atendendo a algumas alterações ao nível do período de estudo e selecção de dados. Após o processamento dos dados e dos cálculos inerentes ao modelo, os resultados obtidos podem-se considerar como inconclusivos, pois existem limitações ao modelo que podem influenciar a análise efectuada. O primeiro teste realizado, Desvio-Utilidade como medida de volatilidade, revelou resultados que se parecem adequar aos obtidos por meio do Desvio-Padrão, o que vem atestar a hipótese de que o modelo realmente pode ser considerado como uma ferramenta de mensuração do risco. O segundo teste realizado, a análise do Desvio-Padrão como instrumento de alerta, revelou novamente resultados em linha com os obtidos por meio do recurso à metodologia tradicional, não se identificando diferenças notórias entre os dois métodos.

A semelhança de resultados obtidos pelo método do Desvio-Padrão e pelo método do Desvio-Utilidade dá alguma confiança de que o último modelo consegue medir os níveis de risco tão bem quanto as metodologias tradicionais. Contudo a não obtenção de resultados exclusivos através do Desvio-Utilidade não permite concluir sobre a sua aplicabilidade enquanto ferramenta única de mensuração de risco.

O presente estudo apresenta algumas limitações, naturalmente, relacionadas com o modelo de mensuração de risco proposto por Leone *et al.* (2007) reconhecidas por estes autores, e com a amostra seleccionada. Assim, foram identificadas as seguintes limitações:

- Dimensão da Amostra – O trabalho desenvolvido por Leone *et al.* (2007) teve como base o estudo de empresas cotadas na bolsa brasileira IBOVESPA, um índice bolsista composto por dezenas de empresas. Ao efectuar-se o estudo sobre empresas que integram o índice da bolsa portuguesa PSI-20, a amostra inicial fica fortemente reduzida quando comparada com a do trabalho brasileiro. Ainda mais quando se tem em conta que foram excluídas empresas que só iniciaram actividade, ou começaram a ser cotadas em bolsa, após Fevereiro do ano 2000. Ao reduzir-se o número de empresas a analisar está-se a limitar os tipos de risco da amostra (sistemático e não-sistemático), enviesando os resultados finais.
- Período em estudo – Os investigadores brasileiros desenvolveram o seu estudo no período compreendido entre Janeiro de 1996 e Março de 2004. Contudo, e como forma de se obter uma amostra maior, o período do presente estudo focou-se no intervalo entre Fevereiro de

2000 e Dezembro de 2012. Apesar de ser um intervalo de dados maior, o comportamento do índice português acabou por ser mais constante, apresentando apenas três momentos de queda significativa. Por seu lado, o índice IBOVESPA apresentou um comportamento de crescimento com cinco momentos de quebra. Ao conseguir-se analisar mais momentos de colapso financeiro consegue-se obter uma melhor noção de que forma o modelo do Desvio-Utilidade se comporta nestas ocasiões. De salientar ainda que o primeiro momento de queda do índice PSI-20 ocorreu em Março de 2000, inviabilizando assim que se consiga efectuar um estudo dos cinco meses que antecedem a queda. Esta incapacidade leva a que os resultados obtidos para este período estejam fortemente desviados da realidade, causando alguma ineptidão na aplicabilidade do modelo.

- Constante actualização das empresas cotadas no PSI-20 – O estudo recai, como mencionado anteriormente, sobre empresas cotadas no índice PSI-20, mas há que ter atenção que a constituição do índice é revista trimestralmente podendo haver empresas a entrar e a sair dele no período em análise. A entrada ou saída de uma empresa do PSI-20 pode ter repercussões ao nível da sua rendibilidade em bolsa não consideradas neste trabalho.

Face às limitações apresentadas os resultados obtidos não podem ser conclusivos, nem quanto à validade do modelo Desvio-Utilidade enquanto medida de mensuração de risco, nem quanto à sua aplicabilidade como instrumento de alerta. No entanto, e tal como se verificou no trabalho de Leone *et al.* (2007), o estudo apresenta resultados animadores que indicam que o modelo se pode tornar uma ferramenta útil na análise de risco.

Como tal, considera-se que algumas linhas de investigação futura possíveis poderão passar pelo estudo do modelo Desvio-Utilidade com as seguintes alterações:

- Aumento do número de empresas a analisar – Ao aumentar-se o número de empresas a estudar consegue-se obter uma amostra mais diversificada do tecido empresarial presente no índice PSI-20. Com esta maior diversidade é espectável que o comportamento do Desvio-Padrão seja afectado de forma mais verosímil em relação ao que realmente acontece em momentos de crise.
- Alargamento do período em análise – Este trabalho focou-se num período onde o comportamento do PSI-20 foi predominantemente decrescente. Ao aplicar-se o modelo a um intervalo temporal mais alargado que abranja vários momentos de subida e queda de cotação torna-se possível compreender em maior detalhe de que forma se comporta o Desvio-Utilidade.
- Replicação do estudo em outros mercados – A melhor forma de se testar a aplicabilidade do modelo é fazê-lo em mercados diversificados (como por exemplo o estudo de bolsas de valores de economias emergentes, de países do G20 ou da zona Euro). Ao obter-se resultados semelhantes com amostras de natureza bastante diferente consegue-se apoiar

a ideia de que o modelo proposto por Leone *et al.* (2007) consegue, efectivamente, ser viável na mensuração do risco.

Referências Bibliográficas

- Abad, C., & Iyengar, G., (2012). *Portfolio selection with multiple spectral risk constraints*. Nova Iorque: Columbia University.
- Abdellaoui, M. (2000). Parameter-Free Elicitation of Utility and Probability Weighting Functions. *Management Science*, Volume 46, 11: 1497-1512.
- Arnold, B., Borio, C., Ellis, L., & Moshirian, F. (2012). Systemic risk, macroprudential policy frameworks, monitoring financial systems and the evolution of capital adequacy. *Journal of Banking & Finance*. Volume 36, 12: 3125-3132.
- Bittencourt Júnior, E. (2011). *Identificação de Perfis de Risco: uma abordagem por Markowitz, Conditional Value at Risk, Downside Risk e medida Omega*. Ribeirão Preto: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto.
- BolsaPT. Disponível em: 20 de Julho de 2013, em: www.bolsapt.com.
- Duarte Jr., A. (1997). A framework for the active management of a global currency fund. *Revista de Econometria*, Volume 17, 2: 1-19.
- Económico (2011, 10 de Maio). Como será Portugal depois das medidas da 'troika'. Económico, disponível em: 16 de Outubro de 2013, em: <http://economico.sapo.pt/noticias/nprint/117548.html>.
- Ellsberg, D. (1961). Risk, Ambiguity and the Savage Axioms. *The Quarterly Journal of Economics*, Volume 75, 4: 643-669.
- Elton, E., & Gruber, M., (1997). Modern Portfolio Theory, 1950 to date. *Journal of Banking and Finance*, 21: 1743-1759.
- FinBolsa. Disponível em: 23 de Agosto de 2013, em: <http://finbolsa.com>.
- Garcia, J. (2013, 5 de Setembro). Composição do PSI-20 não sofre alterações na revisão trimestral. *Jornal de Negócios*, disponível em 18 de Setembro de 2013, em: http://www.jornaldenegocios.pt/mercados/detalhe/revisao_trimestral_do_psi_20_nao_sofre_alteracoes.html.
- Heilbroner, R. (1978). *Elementos de Macroeconomia* (2ª ed.). Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- Hubbard, D. (2009). *The Failure of Risk Management: why it's broken and how to fix it*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- International Air Transport Association (2011). *The Impact of September 11 2011 on Aviation*. Disponível em: 16 de Outubro de 2013, em: <http://www.iata.org/pressroom/documents/impact-9-11-aviation.pdf>.
- Kahneman, D., & Tversky, A., (1974). Judgment under Uncertainty: heuristics and biases. *Science*, Volume 185, 4157: 1124-1131.
- Kahneman, D., & Tversky, A., (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, Volume 47, 2: 263-292.

- Kahneman, D., & Tversky, A., (1992). Advances in Prospect Theory: cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, Volume 5, 4: 297-323.
- Kahneman, D., Knetsch, J., & Thaler, R. (1990). Experimental tests of the Endowment Effect and the Coase Theorem. *Journal of Political Economy*, Volume 98, 6: 1325-1348.
- Kimura, H., Basso, L., & Krauter, E. (2006). Paradoxos em Finanças: teoria moderna versus finanças comportamentais. *Revista de Administração de Empresas*, Volume 46, 1: 41-58.
- Klotzle, M., Gomes, L., Brandão, L., & Pinto, A. (2012). Desenvolvimento de uma Medida de Desempenho Comportamental. *Revista Brasileira de Finanças*, Volume 10, 3: 395-416.
- Leone, R., (2004). *Modelagem e Otimização de um Sistema de Telecomunicação sem Fio e de uma Carteira de Investimentos*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Leone, R., Nascimento, R., Leone G., & Oliveira, P., (2007). Proposta de Mensuração de Risco Baseado em Utilidade. *Revista Contabilidade e Finanças*, 44: 23-32.
- Levy, M., & Levy, H. (2001). Testing for risk aversion: a stochastic dominance approach. *Economics Letters*, 71: 233-240.
- Lima, E. (1993). *Espaços Métricos*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos.
- Macedo, M., Dantas, M., & Oliveira, R. (2012). Análise do comportamento decisório de profissionais de Contabilidade sob a perspectiva da Racionalidade Limitada: um estudo sobre o impacto da Teoria dos Prospectos e das heurísticas de julgamento. *Revista Ambiente Contábil*, Volume 4, 1: 1-16.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. (2004). *The (mis)Behavior of Markets: a fractal view of risk, ruin, and reward*. Londres: Profile Books.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Volume 7, 1: 77-91.
- Montoro, A., Gremaud, A., Pinho, D., & Vasconcellos, M., (1998). *Manual de Economia* (3ª ed.). São Paulo: Saraiva.
- Norton, V. (2009). *Some problems with the Markowitz mean-variance model*. Disponível em: 2 de Julho de 2013, em: http://home.dacor.net/norton/finance-math/problems_w_Markowitz.pdf.
- Pfleiderer, P. (2012, 11 de Agosto). *Is Modern Portfolio Theory dead? Come On*. Disponível em: 5 de Dezembro de 2013, em: <http://techcrunch.com/2012/08/11/is-modern-portfolio-theory-dead-come-on/>.
- Rabin, M. (2000). Risk Aversion and Expected-Utility Theory: a calibration theorem. *Econometrica*, Volume 68, 5: 1281-1292.
- Rabin, M., & Thaler, R. (2001). Anomalies: risk aversion. *Journal of Economic Perspectives*, Volume 15, 1: 219-232.
- Read, D. (2004). *Utility theory from Jeremy Bentham to Daniel Kahneman*. Londres: London School of Economics.
- Sewell, M. (2007). *Behavioural Finance*. Disponível em: 30 de Setembro de 2012, em: <http://www.behaviouralfinance.net/behavioural-finance.pdf>.

- Simon, H., (1955). A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, Volume 69, 1: 99-118.
- Social Choice and Beyond. *History of Utility Theory*. Disponível em: 16 de Outubro de 2013, em: <http://www.socialchoiceandbeyond.com/scabpage61.html>.
- Tang, T. (2006). *Information Asymmetry and Firms' Credit Market Access: evidence from Moody's credit rating format refinement*. Chicago: University of Chicago.
- Thaler, R. (1980). Toward a Positive Theory of Consumer Choice. *Journal of Economic Behavior & Organization*, Volume 1, 1:39-60.
- Thaler, R., & de Bondt, W., (1985). Does the Stock Market Overreact?. *Journal of Finance*, Volume 40, 3: 793-805.
- Tsanakas, A., & Desli, E. (2003). Risk measures and theories of choice. *British Actuarial Journal*, Volume 9, 4: 959-991.
- Wakker, P., & Deneffe, D., (1996). Eliciting von Neumann-Morgenstern Utilities when probabilities are distorted or unknown. *Managemen Science*, Volume 42, 8: 1131-1150.
- Yaari, M. (1987). The Dual Theory of Choice under Risk. *Econometrica*, Volume 55, 1: 95-115.

Anexo I

Teste às propriedades de distância para a Distância-Utilidade definidas por Lima (1993) de acordo com Leone (2004: 34 a 38).

▪ **Propriedade 1:** $d(x, x) = 0$

❖ Prova: “ $d(x, x) = d(x, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) = 0$ pelas primeira e segunda hipóteses.”

▪ **Propriedade 2:** Se $x \neq y$ então $d(x, y) > 0$

❖ “Caso 1: $\bar{X} \leq y \leq x$

❖ Prova: $d(x, y) = d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X})$

$$\begin{aligned} &= (x - \bar{X})^2 \ln^4 \left(\frac{x + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) - (y - \bar{X})^2 \ln^4 \left(\frac{y + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) \\ &\geq (x - \bar{X})^2 \ln^4 \left(\frac{x + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) - (x - \bar{X})^2 \ln^4 \left(\frac{y + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) \\ &= (x - \bar{X})^2 \left[\ln^4 \left(\frac{x + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) - \ln^4 \left(\frac{y + 3\sigma}{\bar{X} + 3\sigma} \right) \right] \end{aligned}$$

Dado que $\ln^4(t)$ é crescente para $t \geq 1$ para concluir que a expressão acima é estritamente positiva se $x \neq y$.”

❖ Caso 2: $y < \bar{X} < x$

❖ Prova: $d(x, y) = d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) > 0$, usando que $x \neq \bar{X}$ e a positividade de d .

Os casos simétricos são semelhantes.”

▪ **Propriedade 3:** $d(x, y) = d(y, x)$

❖ Prova: “imediata pela definição.”

▪ **Propriedade 4:** $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

❖ “Caso 1: $z \leq x$ eq $y \leq \bar{X}$, temos $\begin{cases} d(x, z) = d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(z, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \end{cases}$

❖ Prova: $d(x, z) = d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X})$
 $= d(z, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) - d(x, \bar{X})$
 $= d(y, z) - d(x, y)$
 $\leq d(x, y) + d(y, z)$

❖ Caso 2: $x \leq z \leq y \leq \bar{X}$, temos $\begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(z, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \end{cases}$

❖ Prova: $d(x, z) = d(x, \bar{X}) - d(z, \bar{X})$
 $= d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) - d(z, \bar{X})$

$$\begin{aligned}
&= d(x, y) - d(y, z) \\
&\leq d(x, y) + d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\text{❖ Caso 3: } x \leq y \leq z \leq \bar{X}, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(y, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Prova: } d(x, z) &= d(x, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \\
&= d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \\
&= d(x, y) - d(y, z) \\
&\leq d(x, y) + d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\text{❖ Caso 4: } x \leq y \leq \bar{X} \leq z, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(y, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Prova: } d(x, z) &= d(z, \bar{X}) + d(x, \bar{X}) \\
&= d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\
&= d(x, y) + d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\text{❖ Caso 5: } z \leq x \leq \bar{X} \leq y, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(z, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Prova: } d(x, z) &= d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\
&\leq d(z, \bar{X}) + d(x, \bar{X}) \\
&\leq d(z, \bar{X}) + d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\
&= d(x, y) + d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\text{❖ Caso 6: } x \leq z \leq \bar{X} \leq y, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(z, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Prova: } d(x, z) &= d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\
&\leq d(x, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\
&\leq d(z, \bar{X}) + d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\
&= d(x, y) + d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\text{❖ Caso 7: } x \leq \bar{X} \leq z \leq y, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(y, \bar{X}) - d(z, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Prova: } d(x, z) &= d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\
&= d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\
&= d(x, y) - d(y, z)
\end{aligned}$$

$$\leq d(x, y) + d(y, z)$$

$$\diamond \text{ Caso 8: } x \leq \bar{X} \leq y \leq z, \text{ temos } \begin{cases} d(x, z) = d(x, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\ d(x, y) = d(x, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) \\ d(y, z) = d(z, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Prova: } d(x, z) &= d(z, \bar{X}) - d(x, \bar{X}) \\ &= d(x, \bar{X}) - d(y, \bar{X}) + d(y, \bar{X}) + d(z, \bar{X}) \\ &= d(x, y) + d(y, z) \end{aligned}$$